

問

2

(SW-H19-S-09)

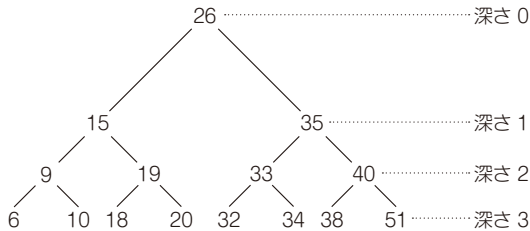
すべての葉が同じ深さであり、かつ、葉以外のすべての節点が二つの子をもつ要素数 n の完全2分木がある。どの部分木をとっても左の子孫は親より小さく、右の子孫は親より大きいという関係が保たれている。2分木で探索する場合、ある要素を探索するときの最大比較回数のオーダはどれか。

ア $\log_2 n$ イ $n \log_2 n$ ウ n エ n^2

解説

正解：ア

下記の図は、要素数15の完全2分木の例です。



完全2分木の探索は、図の最上部にある“根”から、最下部の“葉”に向かって、数値を比較しながら、進めていきます。

この図で、20を探索する場合、下記ようになります。

- (1) 根である26と、20を比較すると、20の方が小さいので、20は左の子(15)側にあるとわかります。
- (2) 15と、20を比較すると、20の方が大きいので、20は右の子(19)側にあるとわかります。
- (3) 19と、20を比較すると、20の方が大きいので、20は右の子(20)側にあるとわかります。
- (4) 20と、20を比較すると、一致するので探索が完了します。

したがって、この例の最大比較回数は“4”です。また、この例の深さは、“3”です。この例からわかるように、最大比較回数は、完全2分木の(深さ-1)と一致します。

また、要素数の観点からは、完全2分木の深さは、 $\log_2(\text{要素数}n+1)-1$ になります。この例では、 $\log_2(15+1)-1=4-1=3$ です。 $\log_2(\text{要素数}n+1)$ は、2を何乗すれば、要素数 $n+1$ になるかの数です。オーダは、O記法のオーダであり、関数のおおまかな傾向を示すために、計算結果に大差ないものを省略します。したがって、 $\log_2(n+1)-1$ のオーダを取れば、 $\log_2 n$ になります。